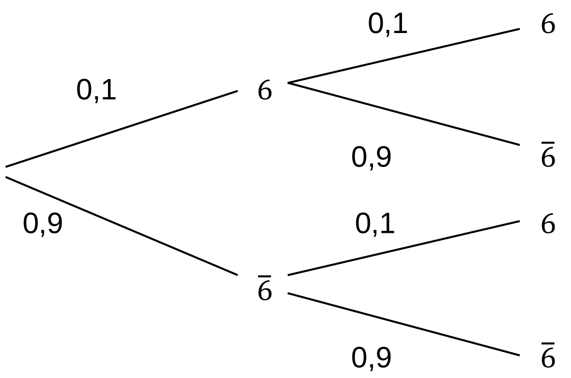
Aufgabenblatt 22

Aufgabe 1

6: Es fällt eine 6

$\bar{6}$: Es fällt keine 6



Startkapital 16 Euro

X: Endbetrag nach zweimaligen Würfeln.

X	64	29	26	10
P(X)	0,01	0,09	0,09	0,81

$$\boldsymbol{E(X)} = 64 \cdot 0{,}01 + 29 \cdot 0{,}09 + 26 \cdot 0{,}09 + 10 \cdot 0{,}81 = \mathbf{13{,}69}€$$

Das heißt, Dennis kann pro Spiel mit einem **Verlust von $\mathbf{2{,}31}$ €** $(16 - 13{,}69)$ pro Spiel rechnen.

X	64	29	26	10
X²	4096	841	676	100
P(X)	0,01	0,09	0,09	0,81

$$E(X^2) = 4096 \cdot 0{,}01 + 841 \cdot 0{,}09 + 676 \cdot 0{,}09 + 100 \cdot 0{,}81 = 285{,}49$$

und

$$[E(X)]^2 = 13{,}96^2 = 187{,}4161$$

Damit

$$\boldsymbol{Var(X)} = E(X^2) - [E(X)]^2 = 285{,}49 - 187{,}4161 = \mathbf{98{,}0739}\ €^2$$

und

$$\boldsymbol{\delta} = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{98{,}0739} \approx \mathbf{9{,}90}€$$

Aufgabe 2

a)

w	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X(w)	-2	-3	-4	-5	+9	-7	+13	-9	-10
P(X)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

w	10	11	12	13	14	15	16	17	18
X(w)	+19	-12	-13	-14	+27	+29	-17	-18	+35
P(X)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

w	19	20
X(w)	-20	-21
P(X)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

b)

Einsatz pro Spiel: 1 €

$$E(X) = (-2)\cdot\frac{1}{20} + (-3)\cdot\frac{1}{20} + (-4)\cdot\frac{1}{20} + (-5)\cdot\frac{1}{20} + 9\cdot\frac{1}{20} + (-7)\cdot\frac{1}{20} + 13\cdot\frac{1}{20} + (-9)\cdot\frac{1}{20}$$
$$+ (-10)\cdot\frac{1}{20} + 19\cdot\frac{1}{20} + (-12)\cdot\frac{1}{20} + (-13)\cdot\frac{1}{20} + (-14)\cdot\frac{1}{20} + 27\cdot\frac{1}{20}$$
$$+ \quad 29\cdot\frac{1}{20} + (-17)\cdot\frac{1}{20} + (-18)\cdot\frac{1}{20} + 35\cdot\frac{1}{20} + (-20)\cdot\frac{1}{20} + (-21)\cdot\frac{1}{20}$$
$$= \frac{1}{20}\cdot(-2-3-4+9-7+13-9-\cdots-21) = \frac{1}{20}\cdot(-23) = -1{,}15 \ \hat{=} -1{,}15 \text{ €}$$

d.h. der Spieler verliert insgesamt im Schnitt pro Spiel **1,15 €**

c) Faires Spiel heißt:

$$E(X) = 0$$

➔ Korrigierter Einsatz: nicht möglich, Spiel bleibt unfair

d)

w	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X(w)	-2	-3	-4	-5	+9	-7	+13	-9	-10
X^2(w)	4	9	16	25	81	49	169	81	100
P(X)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

w	10	11	12	13	14	15	16	17	18
X(w)	+19	-12	-13	-14	+27	+29	-17	-18	+35
X^2(w)	361	144	169	196	729	841	289	324	1225
P(X)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

w	19	20
X(w)	-20	-21

$X^2(w)$	400	441
P(X)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

$$E(X^2) = 361 \cdot \frac{1}{20} + 144 \cdot \frac{1}{20} + 169 \cdot \frac{1}{20} + 196 \cdot \frac{1}{20} + \cdots + 1225 \cdot \frac{1}{20} + 400 \cdot \frac{1}{20} + 441 \cdot \frac{1}{20}$$

$$= \frac{1}{20} \cdot 5119 = 255{,}95$$

und

$$[E(X)]^2 = (-1{,}15)^2 = 1{,}3225$$

Damit

$$\boldsymbol{Var(X)} = E(X^2) - [E(X)]^2 = 255{,}95 - 1{,}3225 = \mathbf{254{,}6275}\ €^2$$

und

$$\boldsymbol{\delta} = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{254{,}6275} \approx \mathbf{15{,}96}\ €$$