

Aufgabenblatt 0

Aufgabe 1

a)

$$10x - 4 \cdot (-3x + 1) - 2(x + 23) \cdot (x + 1) = 6$$

$$-2x^2 - 26x - 56 = 0$$

$$x^2 + 13x + 28 = 0$$

$$x^2 + 13x + \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{13}{2}\right)^2 + 28 = 0$$

$$\left(x + \frac{13}{2}\right)^2 = 14,25$$

$$\left|x + \frac{13}{2}\right| = \sqrt{14,25}$$

$$x = \sqrt{14,25} - \frac{13}{2} \text{ oder } x = -\sqrt{14,25} - \frac{13}{2}$$

$$x \approx -2,73 \text{ oder } x \approx 10,28$$

b)

$$x^2 + x = 0$$

$$x \cdot (x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ oder } (x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ oder } x = -1$$

c)

$$-x^2 + x = -0,5$$

$$x^2 - x - 0,5 = 0$$

$$(x - 0,5)^2 = 0,75$$

$$|x - 0,5| = \sqrt{0,75}$$

$$x = \sqrt{0,75} + 0,5 \text{ oder } x = -\sqrt{0,75} + 0,5$$

d)

$$3x^2 + 12x + 3 = 0$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 1 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 3$$

$$|x + 2| = \sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3} - 2 \text{ oder } x = -\sqrt{3} - 2$$

e)

$$4x^2 - 16 = 0$$

$$4(x^2 - 4) = 0$$

$$4(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2 \text{ oder } x = -2$$

Aufgabe 2

$$7x + 3y - 5z = -12$$

$$-x - 2y + 4z = 5$$

$$-4x + y - 3z = 1$$

Umschreiben in Matrix ergibt:

$$\begin{array}{cccc} 7 & 3 & -5 & -12 \\ -1 & -2 & 4 & 5 \\ -4 & 1 & -3 & 1 \end{array}$$

7mal 2. Zeile + 1. Zeile ergibt:

$$\begin{array}{cccc} 7 & 3 & -5 & -12 \\ 0 & -11 & 23 & 23 \\ -4 & 1 & -3 & 1 \end{array}$$

7mal 3. Zeile + 4mal 1. Zeile ergibt:

$$\begin{array}{cccc} 7 & 3 & -5 & -12 \\ 0 & -11 & 23 & 23 \\ 0 & 19 & -41 & -41 \end{array}$$

11mal 3. Zeile + 19mal 2. Zeile ergibt:

$$\begin{array}{cccc} 7 & 3 & -5 & -12 \\ 0 & -11 & 23 & 23 \\ 0 & 0 & -14 & -14 \end{array}$$

Aus der 3. Zeile erkennt man: $-14z = -14$, d.h. $z = 1$

Dieses z rückwärts in Gleichung 2 eingesetzt ergibt:

$$-11y + 23 \cdot 1 = 23$$

$$-11y = 0, \text{ d.h. } y = 0$$

Das ausgerechnete y und z in Gleichung 1 eingesetzt ergeben:

$$7x + 3 \cdot 0 - 5 \cdot 1 = -12$$

$$7x - 5 = -12$$

$$x = -1$$

Insgesamt lösen also

$$x = -1$$

$$y = 0$$

$$z = 1$$

das Gleichungssystem.

Aufgabe 3

a)

$$(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 3) = x^2 - x - 2$$

$$-(x^3 + 3x^2)$$

$$\hline -x^2 - 5x$$

$$-(-x^2 - 3x)$$

$$\hline -2x - 6$$

$$-(-2x - 6)$$

$$\hline 0$$

b)

$$(2x^3 - 14x - 12) : (x + 2) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$-(2x^3 + 4x^2)$$

$$\hline -4x^2 - 14x$$

$$-(-4x^2 - 8x)$$

$$\hline -6x - 12$$

$$-(-6x - 12)$$

$$\hline 0$$

c)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x - 2) = \frac{1}{2}x^2 - 2 \\ & \frac{-\left(-\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right)}{0 - 2x + 6} \\ & \frac{-(-2x + 6)}{0} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

a)

Funktion $f(x) = 2x + 1$ ist streng monoton (auf $[3;9]$)

→ es existiert eine Umkehrfunktion

$$y = 2x + 1$$

$$x = 2y + 1$$

$$x - 1 = 2y$$

$$y = \frac{x - 1}{2}$$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ ist Umkehrfunktion zu $f(x)$.

b)

Funktion $f(x) = 3x - 5$ ist streng monoton (auf \mathbb{R})

→ es existiert eine Umkehrfunktion

$$y = 3x - 5$$

$$x = 3y - 5$$

$$x + 5 = 3y$$

$$y = \frac{x + 5}{3}$$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + \frac{5}{3}$ ist Umkehrfunktion zu $f(x)$.

c)

Funktion $f(x) = x^2 + 1$ ist streng monoton ($x \geq 1$)

→ es existiert eine Umkehrfunktion

$$y = x^2 + 1$$

$$x = y^2 + 1$$

$$x - 1 = y^2$$

$$y = \sqrt{x - 1}$$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x - 1}$ ist Umkehrfunktion zu $f(x)$.

d)

Funktion $f(x) = e^x$ ist streng monoton

→ es existiert eine Umkehrfunktion

$$y = e^x$$

$$x = e^y$$

$$y = \ln(x)$$

$f^{-1}(x) = \ln(x)$ ist Umkehrfunktion zu $f(x)$.